



TITLE:

成層乱流のエネルギースペクトル
中の異種乱流領域の同定 (高レイノ
ルズ数の流れを記述するモデルの
数理)

AUTHOR(S):

横山, 直人; 高岡, 正憲

CITATION:

横山, 直人 ...[et al]. 成層乱流のエネルギースペクトル中の異種乱流領域
の同定 (高レイノルズ数の流れを記述するモデルの数理). 数理解析研究
所講究録 2017, 2048: 39-40

ISSUE DATE:

2017-10

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/237045>

RIGHT:

成層乱流のエネルギースペクトル中の異種乱流領域の同定

京大工

横山 直人 (Naoto Yokoyama),

Faculty of Engineering, Kyoto University

同大理工

高岡 正憲 (Masanori Takaoka),

Faculty of Science and Engineering, Doshisha University

乱流を大自由度をもつ要素間の非線形相互作用によってエネルギーが輸送される系とすると、Navier-Stokes 方程式で記述される渦に支配される (狭義の) 乱流の他にも多くの乱流系が存在する。その一つは、要素が波である系に現れる波動乱流である。波動乱流系では、波が支配的な弱非線形状態にある波数領域と、(渦のような) 強非線形構造が支配的な波数領域が共存することがある。実際、成層乱流の大気観測では、低波数領域において内部重力波が支配的であり、高低波数領域において渦が支配的である [3]。成層乱流における波動乱流と Navier-Stokes 乱流の境界としては、Ozmidov 波数 (浮力波数とも呼ばれる) が知られている。Ozmidov 波数は、その波数における eddy turnover time (非線形時間スケール) が Brunt-Väisälä 振動数の逆数 (線形時間スケール) と等しくなる波数である。一方、線形時間スケールとして、線形分散関係が与える振動数の逆数を用いる critical balance という考え方がある [4]。本稿では、成層乱流の直接数値シミュレーションを行い、内部重力波が支配的な波数領域と渦が支配的な波数領域を同定する。また、これらの境界をなす波数を、Ozmidov 波数や critical balance から得られる波数と比較する。

Boussinesq 近似のもとで、Brunt-Väisälä 振動数 $N (= \text{const.})$ で z 方向に安定成層した背景場中の流れを考える。速度場 \mathbf{u} と浮力変数 b に対する支配方程式は

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + b \mathbf{e}_z + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{f}, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} b + (\mathbf{u} \cdot \nabla) b = -N^2 \mathbf{u} \cdot \mathbf{e}_z + \kappa \nabla^2 b \quad (3)$$

と与えられる。直接数値シミュレーションでは、周期境界条件を課し、非線形項の計算には擬スペクトル法を用いた。位相シフトによるエイリアス除去を用い、有効な最大波数は $k_{\max} = 2^{11} \sqrt{2}/3 \approx 970$ である。低波数 ($7/2 \leq |\mathbf{k}| \leq 9/2$) に与える外力 \mathbf{f} は、3 次元 2 成分外力とし、Ornstein-Uhlenbeck 過程で生成される相関時間 $1/N$ を持つ色付き雑音で与える [1]。また、Prandtl 数は $Pr = 1$ 、すなわち $\kappa = \nu$ とし、Brunt-Väisälä 振動数 $N = 10$ とした。

Nastrom らの観測 [3] と比較するために、本研究の数値計算で得られた、水平運動エネルギー K_{\perp} とポテンシャルエネルギー V の水平波数分布を図 1(左) に示す。彼らの観測と同様に、低波数の弱乱流領域に $K_{\perp}(k_{\perp}), V(k_{\perp}) \propto k_{\perp}^{-3}$ のスペクトルが現れ、高波数の強乱流領域に $K_{\perp}(k_{\perp}), V(k_{\perp}) \propto k_{\perp}^{-5/3}$ が現れている。本計算では、Ozmidov 波数は 1000 程度であり、強弱乱流の分離波数は Ozmidov 波数より 1 桁以上小さい。また、(図は省略するが) Kimura らの数値計算 [1] と同様に、渦運動エネルギー K_v や波動運動エネルギー K_w でも、弱乱流領域に $K_v(k_{\perp}) \propto k_{\perp}^{-3}$, $K_w(k_{\perp}) \propto k_{\perp}^{-2}$ が現れ、強乱流領域に $K_v(k_{\perp}), K_w(k_{\perp}) \propto k_{\perp}^{-5/3}$ が現れることも確認した。

ポテンシャルエネルギーの 2 次元スペクトル表現 $V(k_{\perp}, k_{\parallel})$ を図 1(右) に示す。また、Ozmidov 波数と、先の critical balance から得られる波数 (critical 波数と呼ぶことにする) も描いた。ポテンシャルエネルギーの大部分は鉛直剪断水平流 ($k_{\perp} = 0$) およびその近傍波数 $k_{\perp} \approx 0$ にエネルギーが蓄積したものである。MHD 乱流 [2] とは異なり、ポテンシャルエネルギーの大きい波数領域が、Ozmidov 波数や critical 波数とは異なることがわかる。ポテンシャルエネルギーと同様に、全エネルギー、全運動エネルギー、水平運動エネルギーでも、同様の 2 次元スペクトル分布が得られた。

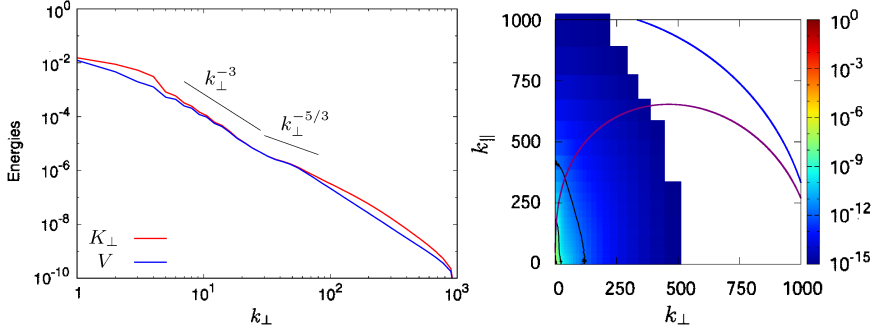


図 1: (左) 水平運動エネルギースペクトルとポテンシャルエネルギースペクトル. (右) ポテンシャルエネルギーの 2 次元スペクトル表示. 青線は Ozmidov 波数を示し, 紫線は 2 次元乱流の eddy turnover time が等しくなる波数を示す.

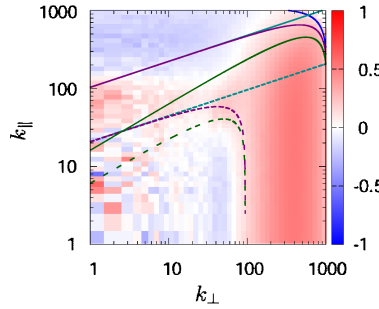


図 2: 正規化した波動運動エネルギーとポテンシャルエネルギーの差. 青線は Ozmidov 波数を示し, 紫線 (緑線) は非線形時間スケールを 2(3) 次元乱流の eddy turnover time で評価した critical 波数. 点線は, 線形時間スケールと非線形時間スケールの比が 1/3 となる critical 波数.

波動運動エネルギーを Craya-Herring 分解に基づいて $K_{\mathbf{wk}} = |u_{\mathbf{wk}}|^2/2 = k^2 |u_{zk}|^2/(2k_\perp^2)$ と定義する. 図 2 に, 正規化した波動運動エネルギーとポテンシャルエネルギーの差 $(K_{\mathbf{wk}} - V_{\mathbf{k}})/(K_{\mathbf{wk}} + V_{\mathbf{k}})$ を 2 次元表示する. ここで, 波数 \mathbf{k} において波が支配的で弱乱流状態にあるとき, $(K_{\mathbf{wk}} - V_{\mathbf{k}})/(K_{\mathbf{wk}} + V_{\mathbf{k}}) = 0$ であることが期待される. 実際, 線形の波動の時間スケールが, 3 次元乱流の eddy turnover time の 1/3 程度になる波数で, $(K_{\mathbf{wk}} - V_{\mathbf{k}})/(K_{\mathbf{wk}} + V_{\mathbf{k}}) \approx 0$ となっている. 同様に, 波動運動エネルギーと全運動エネルギーの比 $K_{\mathbf{wk}}/K_{\mathbf{k}} = K_{\mathbf{wk}}/(K_{\mathbf{vk}} + K_{\mathbf{wk}})$ を描くと, 線形の波動の時間スケールが, 3 次元乱流の eddy turnover time の 1/3 程度になる波数で波動運動エネルギーが渦運動エネルギーを卓越することがわかる.

本研究の一部は科研費の助成を受けた. また, 数値計算には, 京都大学基礎物理学研究所および九州大学情報基盤研究開発センターを利用した.

- [1] Y. Kimura and J. R. Herring, J. Fluid Mech., **698**, 19–50 (2012).
- [2] R. Meyrand, S. Galtier, and K. H. Kiyani, Phys. Rev. Lett., **116**, 105002 (2016).
- [3] G. D. Nastrom and K. S. Gage, J. Atmos. Sci., **42**, 950–960 (1985).
- [4] S. V. Nazarenko and A. A. Schekochihin, J. Fluid Mech., **677**, 134–153 (2011).